2017年度 大阪府公立高校入試問題（C問題）

60分
90点

1 次の問いに答えなさい。

(1) $\left(-\dfrac{1}{3}ab^2\right)^2 \times (-2a^4b) \div \dfrac{1}{6}(a^2b)^3$ を計算しなさい。

(2) $\dfrac{(3\sqrt{2}+2)(3\sqrt{2}-2)}{\sqrt{6}} - \left(\sqrt{\dfrac{3}{2}}+\sqrt{\dfrac{2}{3}}\right)$ を計算しなさい。

(3) $ab^2 - 2ab - 2b + 4$ を因数分解しなさい。

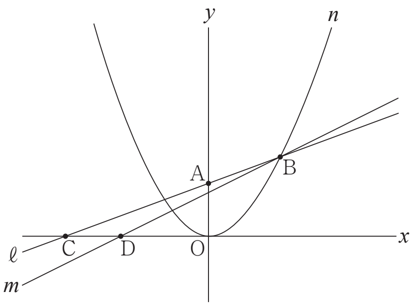
(4) 二次方程式 $(x-29)^2 - 3(x-30) - 31 = 0$ を解きなさい。

(5) F さんの高校の文化祭は 2 日間実施された。F さんのクラスではお菓子とジュースを販売することになり，文化祭の前日にお菓子を 140 個，ジュースを 240 本仕入れた。文化祭の 1 日目においては，お菓子を 1 個 100 円で，ジュースを 1 本 80 円でそれぞれ販売し，お菓子が x 個，ジュースが y 本売れた。文化祭の 2 日目においては，お菓子 1 個とジュース 1 本とをセットにして 160 円で販売し，セット以外の販売は行わなかった。文化祭の 2 日目が終了したとき，お菓子は 12 個残ったが，ジュースは全部売り切れた。2 日間の売り上げ金額の合計が 30560 円であるとき，x，y の値をそれぞれ求めなさい。ただし，x，y はともに自然数であるとし，消費税は考えないものとする。

(6) 1 から 8 までの自然数が書いてある 8 枚のカード [1]，[2]，[3]，[4]，[5]，[6]，[7]，[8] が箱に入っている。この箱から 2 枚のカードを同時に取り出し，取り出した 2 枚のカードに書いてある数の積を a，箱の中に残っている 6 枚のカードに書いてある数の和を b とするとき，$a+b$ が 40 より大きい偶数である確率はいくらですか。どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとして答えなさい。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製·転載を禁止します。

(7) 右図において，n は $y = ax^2$（$a > 0$）のグラフを表す。A は y 軸上の点であり，A の y 座標は 1 である。B は n 上の点であり，B の x 座標は正である。ℓ は 2 点 A，B を通る直線であり，その傾きは正である。C は直線 ℓ と x 軸との交点であり，C の x 座標は B の x 座標より 4 小さい。m は，B を通り傾きが $\frac{1}{2}$ の直線である。D は直線 m と x 軸との交点であり，D の x 座標は B の x 座標より 3 小さい。このとき，a の値を求めなさい。



(8) n を自然数とするとき，$\frac{n + 110}{13}$ と $\frac{240 - n}{7}$ の値がともに自然数となる n の値をすべて求めなさい。求め方も書くこと。

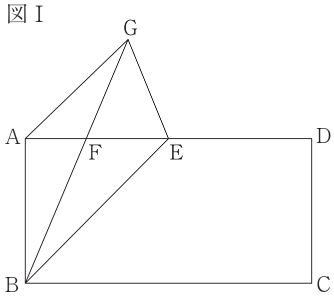
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2　図Ⅰ，図Ⅱにおいて，四角形ABCDはAB＝3cm，AD＝6cmの長方形である。Eは辺ADの中点である。EとBとを結ぶ。Fは，線分AE上にあってA，Eと異なる点である。Gは直線BF上にあってFについてBと反対側にある点であり，3点A，E，Gを結んでできる△AEGはAE＝AGの二等辺三角形である。

次の問いに答えなさい。答えが根号をふくむ数になる場合は，根号の中をできるだけ小さい自然数にすること。

(1)　図Ⅰにおいて，△EFB∽△GEBであることを証明しなさい。

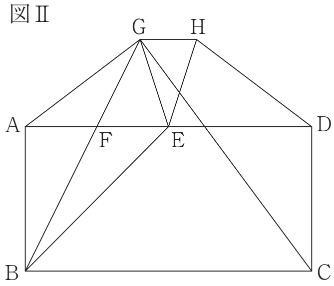
図Ⅰ



(2)　図Ⅱは，図ⅠにおいてFが線分AEの中点であるときの状態を示している。

図Ⅱにおいて，Hは直線ADについてGと同じ側にある点であり，3点D，E，Hを結んでできる△DEHは△AEGと合同な三角形である。GとH，GとCとをそれぞれ結ぶ。このとき，GH∥ADである。

図Ⅱ



①　線分GEの長さを求めなさい。

②　線分GHの長さを求めなさい。

③　四角形GCDHの面積を求めなさい。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

3　図Ⅰ～図Ⅲにおいて，立体 ABC―DEF は三角柱である。△ABC と△DEF は合同な三角形であり，AC = 4 cm，BC = 8 cm，∠ACB = 90°である。四角形 ACFD は正方形であり，四角形 ABED，CBEF は長方形である。G は，辺 BC 上にあって B，C と異なる点である。H は辺 EF 上の点であり，HF = BG である。G と H とを結ぶ。

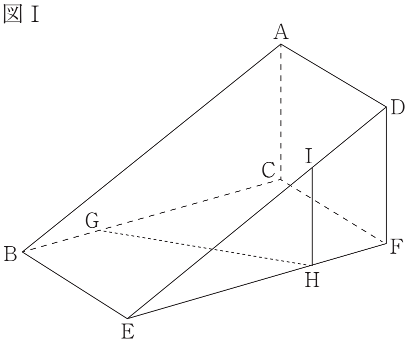
次の問いに答えなさい。答えが根号をふくむ数になる場合は，根号の中をできるだけ小さい自然数にすること。

(1)　図Ⅰにおいて，I は H を通り辺 DF に平行な直線と辺 DE との交点である。BG = HF = x cm とし，$0 < x < 8$ とする。

①　線分 IH の長さを x を用いて表しなさい。

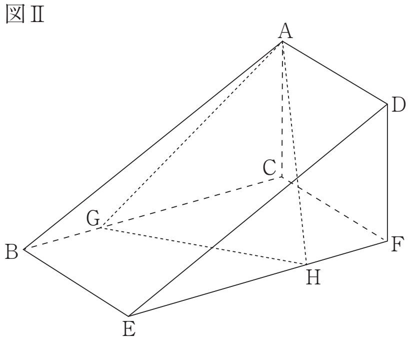
②　四角形 CGHF の面積が四角形 IHFD の面積の 2 倍であるときの x の値を求めなさい。

図Ⅰ



(2)　図Ⅱにおいて，A と G，A と H とをそれぞれ結ぶ。AG = AH である。△AGH の面積を求めなさい。

図Ⅱ

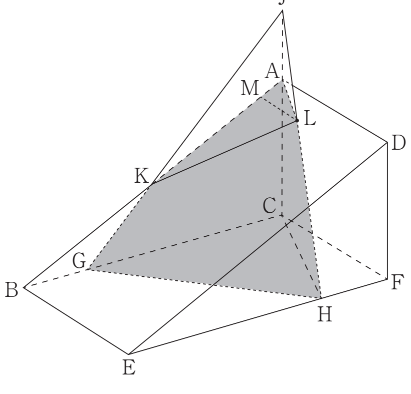


(3)　図Ⅲにおいて，BG = HF = 2 cm である。C と H とを結ぶ。J は直線 AC 上にあって A について C と反対側にある点であり，JA = 2 cm である。J と G，J と H とをそれぞれ結ぶ。K は，線分 JG と辺 AB との交点である。L は，線分 JH と平面 ABED との交点である。M は，L を通り辺 AD に平行な直線と辺 AB との交点である。このとき，直線 LM は平面 ABC と垂直である。A と L，K と L とをそれぞれ結ぶ。

①　線分 LM の長さを求めなさい。

②　立体 AKL―CGH の体積を求めなさい。

図Ⅲ



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2017年度 大阪府公立高校入試問題（C問題）

1 (1) $-\dfrac{4}{3}b^2$　(2) $\dfrac{3\sqrt{6}}{2}$　(3) $(b-2)(ab-2)$　(4) $x=25,\ 36$　(5) ($x=$) 56　($y=$) 168

(6) $\dfrac{1}{7}$　(7) $\dfrac{27}{32}$　(8) (nの値) 72，163

≪解説≫

(1) 与式 $= \dfrac{1}{9}a^2b^4 \times (-2a^4b) \div \dfrac{1}{6}a^6b^3 = -\dfrac{a^2b^4 \times 2a^4b \times 6}{9 \times a^6b^3} = -\dfrac{4}{3}b^2$

(2) 与式 $= \dfrac{18-4}{\sqrt{6}} - \left(\sqrt{\dfrac{9}{6}} + \sqrt{\dfrac{4}{6}}\right) = \dfrac{14}{\sqrt{6}} - \left(\dfrac{3}{\sqrt{6}} + \dfrac{2}{\sqrt{6}}\right) = \dfrac{9}{\sqrt{6}} = \dfrac{3\sqrt{6}}{2}$

(3) 与式 $= ab(b-2) - 2(b-2) = (b-2)(ab-2)$

(4) $x-29=\mathrm{A}$ とすると，$\mathrm{A}^2 - 3(\mathrm{A}-1) - 31 = 0$　整理して，$\mathrm{A}^2 - 3\mathrm{A} - 28 = 0$ より，$(\mathrm{A}+4)(\mathrm{A}-7)=0$ だから，$(x-29+4)(x-29-7)=0$　よって，$(x-25)(x-36)=0$ より，$x=25,\ 36$

(5) 1日目の売り上げは，$(100x+80y)$円。また，2日間でジュースは全部売り切れたことから，2日目に売ったセット数は$(240-y)$セットなので，2日目の売り上げは，$160(240-y)$円。これより，売り上げについて，$100x+80y+160(240-y)=30560$ が成り立つ。整理して，$5x-4y=-392$……(i)　また，お菓子が12個売れ残ったことから，2日目に売ったセット数は，$140-x-12=128-x$（セット）とも表すことができるので，$240-y=128-x$ が成り立つ。整理して，$x-y=-112$……(ii)　(i)−(ii)×4より，$x=56$　(ii)に代入して，$56-y=-112$ より，$y=168$

(6) $a+b$が偶数のとき，aとbがともに奇数の場合と，aとbがともに偶数の場合が考えられるが，aが奇数のときは，選んだ2枚のカードがともに奇数で，このときbは必ず偶数になるので，aとbがともに奇数になることはない。これより，$a+b$が偶数のとき，aは偶数。ここで，選んだ2枚のカードが偶数1枚と奇数1枚とすると，bは奇数になってしまうので，選んだ2枚のカードはともに偶数と決まる。これより，考えられる2枚の組み合わせは，(2，4)，(2，6)，(2，8)，(4，6)，(4，8)，(6，8)の6通りで，このうち，$a+b$が40より大きくなるのは，(2，8)，(4，6)，(4，8)，(6，8)の4通り。2枚のカードの選び方は，選ぶ順番を区別すると，$8\times7=56$（通り）となるが，実際は，(1枚目，2枚目)＝(1，2)，(2，1)のような同じ組み合わせを区別しないので，全部で，$56\div2=28$（通り）　よって，求める確率は，$\dfrac{4}{28}=\dfrac{1}{7}$

(7) Bからx軸に垂線をひいて交点をEとする。このとき，$\mathrm{DE}=3$で，直線mの傾きが

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

$\frac{1}{2}$ なので，BE $= \frac{1}{2}$DE $= \frac{3}{2}$，つまり，B の y 座標は $\frac{3}{2}$。さらに，CE $= 4$ で，AO ∥ BE より，CO：CE $=$ AO：BE $= 1 : \frac{3}{2} = 2 : 3$ だから，CO $= \frac{2}{3}$CE $= \frac{8}{3}$　よって，C の x 座標が $-\frac{8}{3}$ で，B の x 座標は，$-\frac{8}{3} + 4 = \frac{4}{3}$ だから，$y = ax^2$ に B の座標を代入して，$\frac{3}{2} = a \times \left(\frac{4}{3}\right)^2$ より，$a = \frac{27}{32}$

(8) s，t を自然数として，$\frac{n + 110}{13} = s$，$\frac{240 - n}{7} = t$ とおくと，$n = 13s - 110$，$n = 240 - 7t$　これより，$13s - 110 = 240 - 7t$ が成り立つから，$13s = 7(50 - t)$　ここで，左辺は 13 の倍数だから，$50 - t$ も 13 の倍数となる。$50 - t = 13$ のとき，$t = 37$ で，$s = 7$ となり，$n = 13 \times 7 - 110 = -19$ だから，適さない。$50 - t = 26$ のとき，$t = 24$ で，$s = 14$ となり，$n = 13 \times 14 - 110 = 72$　$50 - t = 39$ のとき，$t = 11$ で，$s = 21$ となり，$n = 13 \times 21 - 110 = 163$　$50 - t = 52$ のとき以降は，t が負の数となり適さない。

2 (1)（証明）△EFB と△GEB において，共通な角だから，∠EBF ＝∠GBE……㋐　AB ＝ AE ＝ 3 cm より，△ABE は直角二等辺三角形だから，∠FEB ＝ 45°……㋑　A を中心として，半径 3 cm の円 A を考えると，3 点 B，E，G は円 A の周上の点である。一つの弧に対する円周角の大きさは，その弧に対する中心角の大きさの半分だから，∠EGB ＝ $\frac{1}{2}$∠EAB ＝ 45°……㋒　㋑，㋒より，∠FEB ＝∠EGB……㋓　㋐，㋓より，2 組の角がそれぞれ等しいから，△EFB ∽△GEB　(2) ① $\frac{3\sqrt{10}}{5}$ (cm)　② $\frac{6}{5}$ (cm)　③ $\frac{162}{25}$ (cm^2)

≪解説≫

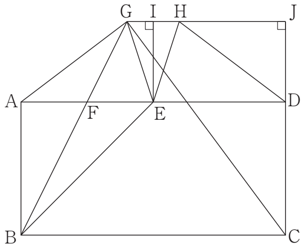
(2)① AF $= \frac{1}{2}$AE $= \frac{3}{2}$ (cm) だから，△ABF で三平方の定理より，FB $= \sqrt{AB^2 + AF^2} = \sqrt{3^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$ (cm)　また，BE $= \sqrt{2}$AB $= 3\sqrt{2}$ (cm)　△EFB ∽△GEB より，EF：GE ＝ FB：EB だから，$\frac{3}{2}$：GE $= \frac{3\sqrt{5}}{2} : 3\sqrt{2}$ を解いて，GE $= \frac{3\sqrt{10}}{5}$ (cm)

② △EGH と△AEG において，GH ∥ AD より，錯角が等しいから，∠EGH ＝∠AEG……(i)　同様に，∠EHG ＝∠DEH……(ii)　△AEG と△DEH は合同だから，∠DEH ＝∠AEG……(iii)　△AEG は二等辺三角形だから，∠AEG ＝∠AGE……(iv)　(ii)，(iii)，(iv)より，∠EHG ＝∠AGE……(v)　(i)，(v)より，2 組の角がそれぞれ等しい

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

から，△EGH ∽△AEG　これより，GH：EG ＝ EG：AE だから，GH：$\frac{3\sqrt{10}}{5}$ ＝ $\frac{3\sqrt{10}}{5}$：3 を解いて，GH ＝ $\frac{6}{5}$ (cm)

③ 右図のように，E から GH に垂線 EI をひき，直線 GH と直線 CD の交点を J とする。I は GH の中点だから，GI ＝ HI ＝ $\frac{6}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{5}$ (cm) で，△EGI において，三平方の定理より，EI ＝ $\sqrt{GE^2 - GI^2} = \sqrt{\left(\frac{3\sqrt{10}}{5}\right)^2 - \left(\frac{3}{5}\right)^2}$



＝ $\frac{9}{5}$ (cm)　これより，DJ ＝ EI ＝ $\frac{9}{5}$ cm で，CJ ＝ 3 ＋ $\frac{9}{5} = \frac{24}{5}$ (cm)　また，IJ ＝ ED ＝ 3 cm だから，GJ ＝ $\frac{3}{5} + 3 = \frac{18}{5}$ (cm)，HJ ＝ 3 － $\frac{3}{5} = \frac{12}{5}$ (cm)　よって，四角形 GCDH ＝△CGJ －△DHJ ＝ $\frac{1}{2} \times \frac{24}{5} \times \frac{18}{5} - \frac{1}{2} \times \frac{9}{5} \times \frac{12}{5} = \frac{162}{25}$ (cm^2)

3　(1) ① $\frac{8-x}{2}$ (cm)　② $8 - 4\sqrt{2}$　(2) $6\sqrt{5}$ (cm^2)　(3) ① $\frac{8}{5}$ (cm)　② $\frac{328}{15}$ (cm^3)

≪解説≫

(1)① IH ∥ DF より，△IEH ∽△DEF で，IH：EH ＝ DF：EF ＝ 4：8 ＝ 1：2　よって，EH ＝ $8 - x$ (cm) より，IH ＝ $\frac{1}{2}$EH ＝ $\frac{8-x}{2}$ (cm)

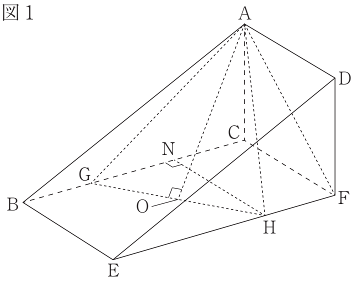
② CG ＝ $8 - x$ (cm) より，四角形 CGHF ＝ $\frac{1}{2} \times \{x + (8 - x)\} \times 4 = 16$ (cm^2)　また，四角形 IHFD ＝ $\frac{1}{2} \times \left(\frac{8-x}{2} + 4\right) \times x = \frac{-x^2 + 16x}{4}$ (cm^2)　よって，$\frac{-x^2 + 16x}{4} \times 2 = 16$ が成り立つ。整理して，$x^2 - 16x + 32 = 0$　解の公式より，$x = \frac{-(-16) \pm \sqrt{(-16)^2 - 4 \times 1 \times 32}}{2 \times 1} = \frac{16 \pm 8\sqrt{2}}{2} = 8 \pm 4\sqrt{2}$　$0 < x < 8$ より，$x = 8 - 4\sqrt{2}$

(2) BG ＝ x cm より，CG ＝ $8 - x$ (cm) だから，△AGC で三平方の定理より，$AG^2 = CG^2 + AC^2 = (8 - x)^2 + 4^2 = x^2 - 16x + 80$　また，AF ＝ $\sqrt{2}$AC ＝ $4\sqrt{2}$ (cm) だから，△AHF で三平方の定理より，$AH^2 = AF^2 + HF^2 = (4\sqrt{2})^2 + x^2 = 32 + x^2$　よって，AG ＝ AH より，$AG^2 = AH^2$ だから，$x^2 - 16x + 80 = 32 + x^2$　これを解いて，x ＝ 3　次図 1 のように，H から BC に垂線 HN をひくと，CN ＝ HF ＝ 3 cm だから，GN ＝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

$8-3\times2=2$ (cm)　△GHNにおいて，三平方の定理より，$GH=\sqrt{HN^2+GN^2}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$ (cm)　また，△AHFにおいて，$AH=\sqrt{32+3^2}=\sqrt{41}$ (cm)　ここで，AからGHに垂線AOをひくと，$OH=\frac{1}{2}GH=\sqrt{5}$ (cm)　よって，△AOHにおいて，$AO=\sqrt{AH^2-OH^2}=\sqrt{(\sqrt{41})^2-(\sqrt{5})^2}=6$ (cm)だから，$\triangle AGH=\frac{1}{2}\times2\sqrt{5}\times6=6\sqrt{5}$ (cm^2)

図1



(3)① 直線ALは，面JCHと面ABEDの交線なので，次図2のように直線ALとDEの交点をPとすると，Pは面JCH上の点で，JC∥PHになる。このとき，PH∥DFでもあるから，PH：DF＝EH：EF＝$(8-2):8=3:4$で，$PH=\frac{3}{4}DF=3$ (cm)　これより，次図3のように面JCHにおいて，AL：LP＝JA：PH＝2：3　ここで，直線LM⊥面ABCより，LM⊥ABだから，直線LMとDEの交点をQとすると，MQ＝AD＝4cm　よって，LM：LQ＝AL：LP＝2：3だから，$LM=MQ\times\frac{2}{2+3}=4\times\frac{2}{5}=\frac{8}{5}$ (cm)

② GC＝6cmだから，$\triangle CGH=\frac{1}{2}\times6\times4=12$ (cm^2)で，$JC=2+4=6$ (cm)より，三角錐J―CGH＝$\frac{1}{3}\times12\times6=24$ (cm^3)　また，次図4のように，Aを通りBCに平行な直線とJGとの交点をR，Kを通りBCに平行な直線とJCとの交点をSとする。△JGCが直角二等辺三角形より，△JRAも直角二等辺三角形なので，AR＝JA＝2cm　RA∥BGとAR＝BG＝2cmより，△AKR≡△BKGだから，AK：BK＝1：1　これより，KS：BC＝AK：AB＝$1:(1+1)=1:2$だから，$KS=\frac{1}{2}BC=4$ (cm)　よって，$\triangle AJK=\frac{1}{2}\times2\times4=4$ (cm^2)より，三角錐L―AJK＝$\frac{1}{3}\times4\times\frac{8}{5}=\frac{32}{15}$ (cm^3)だから，立体AKL―CGH＝三角錐J―CGH－三角錐L―AJK＝$24-\frac{32}{15}=\frac{328}{15}$ (cm^3)

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

図２

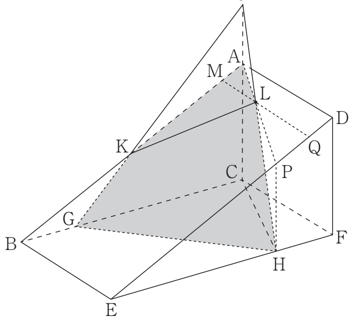


図３

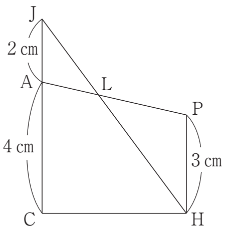
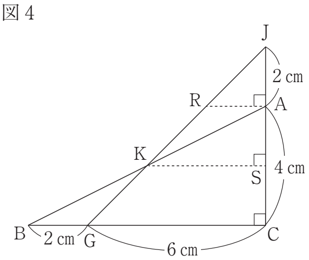


図４



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。